

Ensayo de Bondad de Ajuste Chi Cuadrado para Intervalos Equiprobables



García, Martín R.

martinpaneda@gmail.com

Departamento de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas
Universidad Nacional de La Matanza
Buenos Aires, Argentina

Resumen

En el presente trabajo se compara un ensayo de bondad de ajuste clásico con intervalos de clases de igual amplitud, o reajustados en los extremos, con el ensayo de bondad de ajuste con intervalos de clases de amplitud definida por equiprobabilidad de la distribución de teo. A partir de muestras simuladas bajo la distribución de la hipótesis nula, se compara la proporción de rechazos bajo ambas pruebas. Los resultados muestran un mejor comportamiento del ensayo de clases equiprobables.

Elementos y Metodología de Trabajo

En este trabajo se ensaya una hipótesis nula H_0 : la variable sigue una distribución normal con media 100 y desvío igual a 10 ($N(100,10)$). La Figura 1 muestra la densidad objetivo.

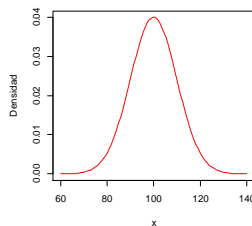


Fig. 1: Función densidad de una variable aleatoria normal de Media 100 y Desvío 10

El procedimiento seguido para comparar las metodologías de elección de clases fue el siguiente:

- Simulación de muestras:
 1. Se simula una muestra de tamaño n de una variable $N(100,10)$.
 2. Para la muestra se evalúa el resultado de la prueba de bondad de ajuste según las dos metodologías: la de clases de igual rango y la de clases equiprobables. Se anota si la decisión fue o no de rechazar la hipótesis nula, con un nivel de significación α .
- Se repite 1000 veces los pasos 1 y 2 y se registra la proporción de rechazos. Esto constituye una experiencia que da como resultado una estimación del nivel de significación de la prueba.
- Se repite r veces la experiencia y se resumen los resultados obtenidos.

| Experiencia | % de rechazo clases igual rango | % de rechazo intervalos equiprobables |
|-------------|---------------------------------|---------------------------------------|
| 1 | 4,60% | 5,20% |
| 2 | 5,30% | 4,50% |
| 3 | 6,70% | 5,50% |
| 4 | 5,80% | 5,40% |
| 5 | 5,90% | 5,60% |
| 6 | 6,50% | 4,80% |
| 7 | 5,40% | 5,80% |
| 8 | 6,20% | 4,70% |
| 9 | 6,80% | 6,20% |
| 10 | 7,00% | 5,30% |

Tabla 1: Proporciones de rechazo de los dos métodos propuestos por cada experiencia realizada que contempla 1000 simulaciones de una muestra de tamaño 2000.

| Experiencia | % de rechazo clases igual rango | % de rechazo intervalos equiprobables |
|-------------|---------------------------------|---------------------------------------|
| 1 | 6,30% | 5,20% |
| 2 | 6,50% | 6,20% |
| 3 | 6,30% | 7,10% |
| 4 | 7,80% | 7,80% |
| 5 | 6,90% | 4,90% |
| 6 | 7,10% | 5,40% |
| 7 | 6,60% | 5,30% |
| 8 | 6,70% | 5,30% |
| 9 | 5,80% | 7,00% |
| 10 | 6,20% | 6,90% |

Tabla 2: Proporciones de rechazo de los dos métodos propuestos por cada experiencia realizada que contempla 1000 simulaciones de una muestra de tamaño 400.

Para llevar a cabo la simulación, la elaboración de tablas de frecuencias necesarias para el ensayo, la contrastación de valores con la distribución χ^2 , etc, se hizo uso del software Excel.

Resultados

Se realizaron 10 experiencias con $n=400$ y también 10 experiencias con tamaño muestral $n=2000$ volcando el porcentaje de rechazos a una tabla. En ambos experimentos se trabajó con un $\alpha=0.05$ y se comparó los porcentajes de rechazo bajo el ensayo de clases equiprobables con el ensayo de clases de igual rango.

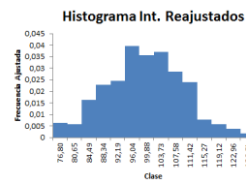


Fig. 2: Histograma de intervalos reajustados para una muestra de 400 valores de una variable Normal.

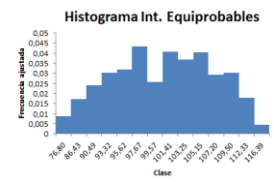


Fig. 3: Histograma de intervalos equiprobables para una muestra de 400 valores de una variable Normal.

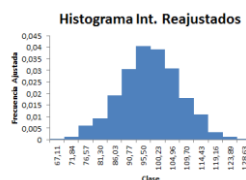


Fig. 4: Histograma de intervalos reajustados para una muestra de 2000 valores de una variable Normal.

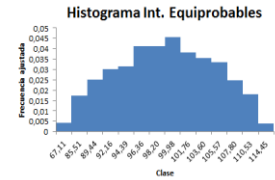


Fig. 5: Histograma de intervalos equiprobables para una muestra de 2000 valores de una variable Normal.

Conclusiones

En este artículo se plantea un ensayo de ajuste sobre la distribución Normal, pero debemos notar que este procedimiento se extiende a cualquier otra distribución, sea Binomial, Exponencial, etc. La propuesta planteada fue la comparación los dos métodos de elección de clases para un ensayo de bondad de ajuste, evaluando cuál de ellos presentaba mayor aproximación al nivel de significación considerado para la prueba χ^2 sobre una variable aleatoria normal. Lo que pudimos reflejar en este trabajo de investigación, es una leve ventaja a favor del método de intervalos equiprobables. Esto es, los resultados que observamos en las tablas anteriores nos muestran que el test de bondad de ajuste mediante intervalos equiprobables tiene un nivel de rechazo más cercano al valor $\alpha=0.05$ considerado. A pesar que la diferencia no es muy importante, apoyándonos en la experiencia realizada sugerimos que al realizar este tipo de pruebas de ajuste se debiera optar por la selección de intervalos equiprobables.

Agradezco el interés y la ayuda brindada por la cátedra de Probabilidad y Estadística en el presente trabajo.